

M 14 Trägheitsmoment eines Kreisels

1 Aufgabenstellung

- 1.1 Aus der Periodendauer der **Präzession** des Kreisels bei unterschiedlichen Drehzahlen und Drehmomenten ist das Hauptträgheitsmoment J des Kreiselrotors bzgl. seiner Figurenachse mehrfach zu bestimmen.
- 1.2 Das Hauptträgheitsmoment J des Kreiselrotors bzgl. seiner Figurenachse ist aus dessen Abmessungen und seiner Masse oder Dichte zu berechnen und mit dem experimentellen Ergebnis nach 1.1 zu vergleichen.
- 1.3 Wann führt ein Kreisel Nutationsbewegungen aus? Erzeugen Sie Nutationen und führen Sie diese dem Praktikumsassistenten vor.
Bestimmen Sie mehrfach die Periodendauer der **Nutation** bei kleinem Öffnungswinkel des Nutationskegels und die Drehzahl des Kreisels und berechnen Sie damit unter Benutzung von J nach 1.1 das Trägheitsmoment J_V bzgl. der vertikalen Drehachse. Der durch ungenaue Kenntnis des Öffnungswinkels des Nutationskegels bedingte Beitrag zur Messunsicherheit von J_V ist in diese einzubeziehen und anzugeben.

2 Literatur

- 2.1 Ilberg, W.,
Krötzsch, M.,
Geschke, D. Physikalisches Praktikum
 B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Stuttgart, Leipzig
 10. Auflage 1994, S. 62 - 67
- 2.2 Becker, J.,
Jodl, H.-J. Physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler und Ingenieure
 VDI-Verlag GmbH Düsseldorf
 1. Auflage 1991, S. 19 - 21, 29 - 33
- 2.3 Stroppe, H. Physik
 Fachbuchverlag Leipzig, Köln
 10. Auflage 1994, S. 93 - 95, 99 - 102

3 Hinweise zum Versuch

- 3.0 **Vor Inbetriebnahme des Kreisels sind folgende Vorbereitungen zu treffen:**
 - a) Der Kreisel ist mit Hilfe der Stellschrauben am Stativfuß zu **nivellieren**. Dies ist erreicht, wenn der nicht ausbalancierte Kreisel (Laufgewichte nahe der Vertikalachse) in jeder Lage verharrt, ohne sich um die Vertikalachse zu verdrehen.
 - b) Der Kreisel ist mit Hilfe der beiden Laufgewichte sorgfältig horizontal **auszubalancieren** (Drehmoment $M = 0$), wobei das größere Laufgewicht an einer der Ringmarken positioniert wird.

Ein Drehmoment unterschiedlichen Vorzeichens wird durch definierte Verschiebung des größeren Laufgewichtes aus der Gleichgewichtslage nach außen oder innen erzeugt. Nach Freigabe der Achse setzt eine Präzession des Kreisels ein, der eine Nutation überlagert ist. Beobachten Sie diese Bewegung! Die **Bahn**, die der Durchstoßpunkt der Figurenachse durch eine Kugeloberfläche beschreibt, **ist zu skizzieren**. Um die zur Messung erforderliche reine Präzession ohne Nutation zu erreichen, muss die Kreiselachse mit dem Finger vorsichtig auf die erforderliche Winkelgeschwindigkeit geführt werden. Die Drehzahl des Kreisels wird mit einem optoelektronischen Drehzahlmesser gemessen (siehe 3.4). Die zur Berechnung des Trägheitsmoments erforderliche Beziehung ist herzuleiten

3.1 Messung mit dem Motorkreisel

Die Speisespannung von maximal 3 V darf erst zugeschaltet werden, wenn der Kreisel ausbalanciert und der gute Sitz der beiden Schleifdrähte überprüft wurde. Mit dem Beginn der Messungen ist abzuwarten, bis der Kreisel seine maximale Drehzahl von über 5000 U/min erreicht hat.

Beim An- und Auslaufen des Kreisels ist dieser mit der Faust festzuhalten!
Bei ungewöhnlichen Laufgeräuschen, starken Vibrationen oder Schleifen des Rotors an der Sichtscheibe ist der Kreiselmotor sofort abzuschalten!
Das harte Aufschlagen des Kreisels auf die Kanten des Lagerbockes ist zu vermeiden!

Messungen sind mit 10 unterschiedlichen Positionen des größeren Laufgewichts der Masse $m = 100,42 \text{ g}$ beiderseits seiner Gleichgewichtslage bzw. Drehmomenten beiderlei Vorzeichens durchzuführen. Frequenzen der Präzession in unterschiedliche Richtungen sind mit unterschiedlichem Vorzeichen zu erfassen. Die Drehzahl des Kreiselrotors ist während der Präzession oder unmittelbar nach deren Abbruch zu messen. Das Produkt von Präzessionsfrequenz und Drehzahl ist als Funktion der Laufgewichtsposition graphisch darzustellen, das Hauptträgheitsmoment J des Kreiselrotors ist durch lineare Regression zu berechnen.

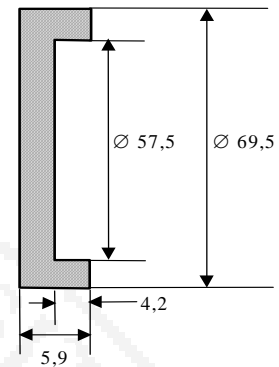


Bild 1: Rotor-Abmessungen

Da die Legierungs-Zusammensetzung und damit die Dichte des Kreiselrotors nicht bekannt sind, muss dessen Hauptträgheitsmoment in Aufgabe 1.2 aus seiner Gesamtmasse $m = 70,03 \text{ g}$ und den aus Bild 1 zu entnehmenden Abmessungen berechnet werden.

3.2 Messung am Kreisel mit Handaufzug

Der Kreiselrotor wird mit festgehaltener oder mittels Gabelklemme fixierter Achse durch Anschwingen oder Abziehen eines in den Stift der Rolle eingehängten und auf diese gewickelten Fadens in Rotation um die Figurenachse versetzt. Seine Drehzahl ist nach der halben Präzessionszeit oder als Mittelwert der Drehzahlen kurz vor und nach der Präzession zu bestimmen. Eine Neigung der Achse infolge reibungsbedingter Abnahme der Drehzahl kann durch leichten Schub in Präzessionsrichtung kompensiert werden.

Insgesamt sind 12 Messungen mit unterschiedlichen Drehzahlen und mindestens 3 unterschiedlichen Positionen des größeren Laufgewichts der Masse $m = 902,70 \text{ g}$ durchzuführen. Zur näherungsweisen Berechnung des Hauptträgheitsmoments des Kreiselrotors in Aufgabe 1.2 wird die Ablaufrolle vernachlässigt. Die Rotorscheibe besteht aus Kunststoff der Dichte $\rho \approx 1,35 \text{ g/cm}^3$.

- 3.3 Reine **Nutation** wird durch einen leichten Stoß gegen die Achse des nivellierten und ausbalancierten Kreisels ausgelöst. Die Nutationsperiode T_N wird aus der Dauer mehrerer Nutationen, die Drehzahl n analog 3.1 bzw. 3.2 bestimmt; insgesamt sind 10 Messungen durchzuführen. Das Trägheitsmoment J_V des Kreisels um die vertikale Achse berechnet sich zu

$$J_V = \frac{n \cdot T_N}{\cos \vartheta} \cdot J$$

Der Öffnungswinkel ($2 \cdot \vartheta$) des Nutationskegels sollte möglichst klein und bei allen Messungen gleich sein. Er muss geschätzt werden; der dadurch bedingte Beitrag zur Messunsicherheit von J_V ist in diese einzubeziehen und separat anzugeben.

3.4 Bedienung des optoelektronischen Drehzahlmessers

Der rechte Schiebeschalter befindet sich in oberer Stellung „TACH“. Steht der linke Schiebeschalter auf dem der Zahl der Rotor-Marken entsprechenden Symbol, wird die Drehzahl des Rotors in 10 U/min angezeigt. Die Messunsicherheit beträgt 20 U/min. Nach Abschluss der Messung ist das Gerät unverzüglich abzuschalten (Schalterstellung „OFF“).

Die Rotorscheibe ist mit Tageslicht oder batteriegespeistem Kunstlicht ausreichend zu beleuchten, der Drehzahlmesser ist in geringem Abstand $s \approx 50 \text{ mm}$ senkrecht zur Scheibe und ruhig zu halten. Bei Messung unter aus dem Wechselspannungsnetz gespeistem Kunstlicht wird anstelle der Drehzahl die Frequenz der Helligkeitsschwankungen der Lichtquelle angezeigt (Anzeige „300“ in Schalterstellung „∞“ entsprechend einer Frequenz von 100 Hz; Nutzung zur Funktionskontrolle des Drehzahlmessers).

4 Zugeordnete Themenkomplexe

Dynamik des starren Körpers, Drehbewegungen, Massenträgheitsmoment, Satz von Steiner
 Drehimpuls, Drehimpulserhaltungssatz
 Bewegung des kräftefreien Kreisels, Hauptträgheitsachsen, freie Achsen
 Bewegung des Kreisels unter äußerer Kraft